Bài 4. Sai số quy tròn, quan hệ giữa sai số và số chữ số đáng tin, Số học IEEE

1. **Chữ số có nghĩa**

Trong biểu diễn thập phân, các chữ số kể từ chữ số khác 0 đầu tiên tính từ trái sang phải gọi là chữ số có nghĩa, các chữ số 0 bên trái là không có nghĩa.

Nếu a được viết dưới dạng

  
thì các chữ số 0 bên trái không có ở biểu diễn này, ý nghĩa của các chữ số 0 bên phải liên quan tới cách biểu diễn số gần đúng sẽ xét dưới đây.

*Ví dụ*. Số a = 03,4050 thì chữ số 0 đầu không có nghĩa (người ta có thể điền để tránh viết thêm) còn các chữ số 3; 4; 0; 5; 0 là có nghĩa. Số *b* = 0,034 thì các chữ số 3; 4 là có nghĩa, hai chữ số 0 bên trái không có nghĩa vì nếu biểu diễn theo dạng (1.7) thì các chữ số này không cần đến.

1. **Chữ số chắc (chữ số đáng tin)**

*Định nghĩa*. Nếu *a* có biểu diễn (1.7) với sai số  thì *ak* là chữ số chắc (đáng tin)  (theo nghĩa hẹp dùng trong tính toán) còn khi  thì am là chắc theo nghĩa rộng, cũn *ak* với  gọi là chắc theo nghĩa chặt.

*Ví dụ*. *a* = 21,473 và  thì

Các chữ số 2; 1 là chắc theo nghĩa hẹp và chữ số 4 là chắc theo nghĩa rộng. Còn các chữ số 7; 3 là không đáng tin hay không chắc.

Khi cho số gần đúng ta có thể cho theo hai cách

* Cách 1: Viết kèm với sai số tuyệt đối
* Cách 2: Chỉ viết các chữ số chắc. Nếu ta có số gần đúng mà không cho sai số thì luôn ngầm hiểu các chữ số có nghĩa là các chữ số chắc. Như vậy các chữ số không ở bên phải cho ta biết nó là chữ số chắc.

Trong quá trình tính toán, người ta thường để lại vài chữ số không chắc và trong kết quả thì giữ lại các chữ số chắc theo nghĩa rộng.

1. **Số thu gọn**

Khi số *a* có nhiều chữ số không chắc hoặc có quá nhiều chữ số có nghĩa thì người ta thường thu gọn thành số  có ít chữ số có nghĩa hơn. Nếu *a* có biểu diễn (1.7) và số thu gọn được giữ lại đến *am (m>p)* thì  có biểu diễn



nhờ bỏ đi các chữ số *ak (k < m)* theo quy tắc sau:

***Quy tắc chữ số chẵn***

Giả sử *a > 0* và phần bỏ đi là  . Nếu  < 0,5.10*m* thì 

Nếu  > 0,5.10*m* thì 

Nếu  = 0,5.10*m* thì theo (1.9) nếu *am* chẵn

còn theo (1.10) nếu *am* lẻ.

Khi *a < 0* ta thu gọn giá trị tuyệt đối và giữ nguyên dấu.

Khi thu gọn *a* thành  ta có sai số thu gọn . Để nó ít ảnh hưởng tới sai số tuyệt đối ta thu gọn số và giữ lại một hoặc hai số không chắc.

Nếu *a* có biểu diễn (1.7) và *ak* chắc với *k ≥ m* thì  nên



Như vậy sai số tương đối của số gần đúng có thể ước lượng bởi nghịch đảo của số gồm các chữ số chắc của a không có dấu phẩy.

1. Số học IEEE:
   * + 1. Đinh nghĩa

1 bit = 0 hoặc 1

1 byte = 8 bit

Word = Reals:

4 bytes ( Độ chính

xác đơn)

8 bytes (Độ chính

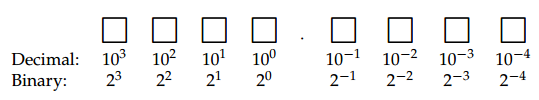
xác kép)

= Integers:

1, 2, 4 hoặc 8 byte có dấu

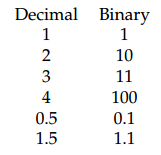
1, 2, 4 hoặc 8 byte không có dấu

1. Số được biểu diễn dưới dạng thập phân hay nhị phân



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | . |  |  |  |  |
| Thập phân | 103 | 102 | 101 | 100 |  | 10-1 | 10-2 | 10-3 | 10-4 |
| Nhị phân | 23 | 22 | 21 | 20 |  | 2-1 | 2-2 | 2-3 | 2-4 |

* + - 1. Ví dụ số nhị phân:

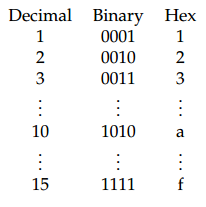


* Các số Hexa





* Các số nguyên 4 bit:



Biểu diễn các số ở dạng dấu phảy động

Chúng ta biết rằng trong hê thập phân, mỗi số thực được biểu diễn bởi một hữu hạn hoặc một dãy số thập phân vô hạn.

Bây giờ hầu hết các máy tính có hai cách để biểu diễn 1 số, được gọi là dấu phảy tĩnh và dấu phảy động.

Trong biểu diễn dấu phảy tĩnh, tất cả các số được cho với số chữ thập phân cố định sau dấu phảy; ví dụ, số được cho với 3 số thập phân sau dấu phảy là 62.358, 0.014, 1.000.

Trong văn bản, chúng ta sẽ viết 3 chữ số thập phân là 3D. Các biểu diễn dấu phảy tĩnh là không thuận lợi trong hầu hết các tính toán khoa học do sự giới hạn của chúng (giải thích!).

Chúng ta thấy rằng trong hệ thống này, số chữ số có nghĩa được giữ cố định, trong khi dấu phảy là "động". Ở đây, chữ số có nghĩa của số c là chữ số bất kỳ của c, ngoại trừ có thể, những chữ số 0 ở bên trái chữ số khác 0 đầu tiên; các số 0 này chỉ để xác định vị trí của dấu phảy. (Vì vậy, các chữ số 0 khác là một chữ số có nghĩa của c.) Ví dụ,

13600, 1.3600, 0.0013600

Tất cả các số này đều có 5 chữ số có nghĩa. Trong diễn đạt, ta ký hiệu các chữ số có 5 chữ số có nghĩa là 5S.

Trong hệ thống dấu phảy động chúng ta viết, ví dụ

0.6247\*103, 0.1735\*10-13,

– 0.2000\*10-1

Hoặc

6.247\*102, 1.735\*10-14,

– 2.000\*10-2

Việc sử dụng số mũ cho phép chúng ta biểu diễn số lượng rất lớn và số rất nhỏ. Thật vậy, về mặt lý thuyết, bất kỳ một số không khác nào có thể được viết thành

( 1 ) a = ± m\*10n, 0.1 ≤ m < 1, n nguyên

Trong máy tính hiện đại người ta dùng các số nhị phân, ở đây m được giới hạn bởi k chữ số nhị phân (ví dụ, k = 8) và n cũng được giới hạn, ta có biểu diễn sau (chỉ biểu diễn được một số hữu hạn số):

( 2 ) 

Các số  ở đây được gọi là số máy nhị phân k chữ số. Phần sau dấu phảy m ( được gọi là mantissa), biểu diễn các chữ số có nghĩa của , n được gọi là lũy thừa của .

Các số đặc biệt



